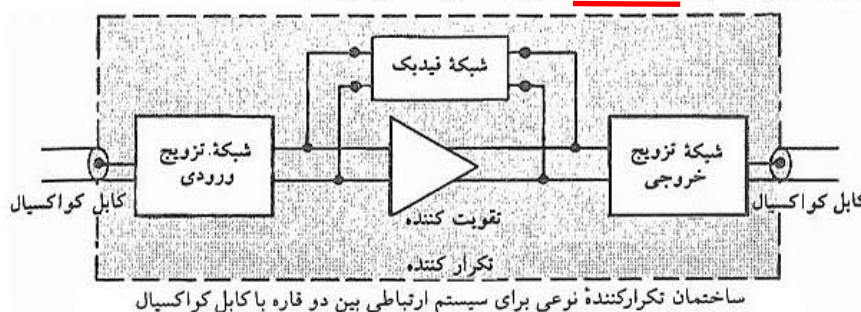


# ۱۷

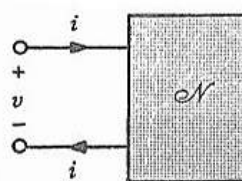
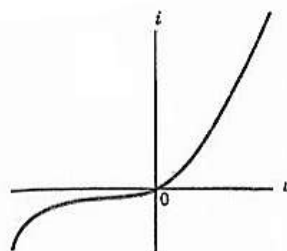
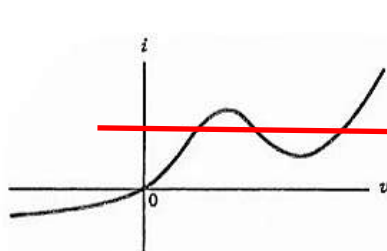
## دوقطبی‌ها

سیستم

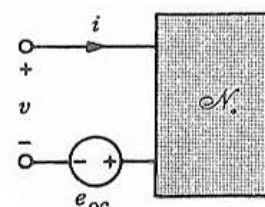
اکنون می‌خواهیم در مورد مسأله طراحی مدار بیندیشیم. در اینجا، سیستم‌های -فای را به عنوان یک مورد خاص در نظر می‌گیریم. فرض کنید تقویت‌کننده و بلندگوها را خریداری کرده‌ایم و می‌خواهیم یک صافی چنان طراحی کنیم که فرکانس‌های پایین را به ووفر و فرکانس‌های بالا را به توویتر هدایت کند. به آنچه در داخل تقویت‌کننده یا بلندگوها رخ می‌دهد، علاقه‌مند نیستیم، بلکه تنها آنچه در سرهای این وسایل روی می‌دهد، مورد توجه است. به عبارت دقیق‌تر، تنها داده‌های مورد نیاز ما، مدار معادل تونن تقویت‌کننده و امپدانس ورودی بلندگوها هستند. بلندگوها را در طراحی صافی، به عنوان جعبه‌های سیاه یا یک قطبی‌ها تلقی می‌کنند.



### ۱- مرور یک قطبی‌ها



$i = g(v)$   
مقاومت کنترل شده با ولتاژ  
 $v = r(i)$   
مقاومت کنترل شده با جریان



LTI

$$Y(s) = \frac{1}{Z(s)}$$

### ۲- دوقطبی‌های مقاومتی

برای تمام  $t$  و برای تمام اتصالات خارجی ممکن در این سرها، جریان داخل شده به شبکه در سر ①، با جریان خارج شده از آن در سر ② برابر است و جریان داخل شده به شبکه در سر ②، با جریان خارج شده از آن در سر ① برابر است.

توجه به این نکته حائز اهمیت است که شبکه چهار سر بسیار کلی‌تر از دوقطبی می‌باشد.

علاوه بر دستگاههای دوقطبی آشنا مانند ترانسفورماتورها، سلف‌های تزویج شده و ژیراتورها طبقه مهمی از دستگاههای سه سر مانند ترانزیستورها و لامپ‌های خلا وجود دارند که ممکن است به عنوان دوقطبی‌ها در نظر گرفته شوند.

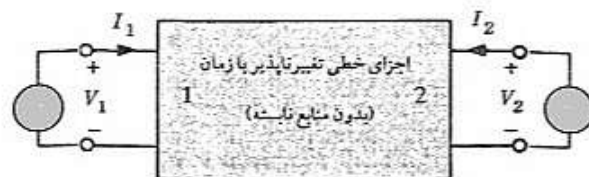
### ۳- مثالهای ترانزیستور

2-8  
98-2  
ر. بیات

RLCMT +



- ۱- اجزای قرار گرفته در دوقطبی‌ها خطی و تغییرناپذیر با زمان هستند (چنین فرضی منابع تابسته را خارج می‌سازد) تا بتوانیم از تبدیل لاپلاس استفاده کنیم.
- ۲- پاسخهای حالت صفر را محاسبه می‌کنیم.



جهت‌های قراردادی

$v_1(0)$  و  $i_1(0)$  ولتاژ و جریان قطب ۱

$v_1(t)i_1(t)$  توان داخل شونده به دوقطبی (در لحظه  $t$ ) از طریق قطب ۱

به موجب قضیه جانشینی، دوقطبی دو محدودیت (خطی) روی چهار متغیر می‌گذارد.

چنانچه هر دو منبع منابع ولتاژ باشند،  $V_1$  و  $V_2$  مشخص شده،  $I_1$  و  $I_2$  متناظر به وسیله دوقطبی تعیین می‌شوند.  
چنانچه هر دو منبع منابع جریان باشند،  $I_1$  و  $I_2$  مشخص شده،  $V_1$  و  $V_2$  متناظر به وسیله دوقطبی تعیین می‌شوند.

برای انتخاب دو جزء از چهار جزء شش راه وجود دارد،  
بنابراین برای مشخص‌سازی پاسخ دوقطبی نیز شش راه وجود دارد.

#### 1-5 ماتریس‌های امپدانس (مدار-باز)

دوقطبی تحریک شده با دو منبع جریان را در نظر می‌گیریم.

$I_1$  و  $I_2$  را به عنوان متغیرهای تابسته در نظر گرفته و می‌خواهیم  $V_1$  و  $V_2$  را برحسب  $I_1$  و  $I_2$  محاسبه کنیم.

جمع آثار:

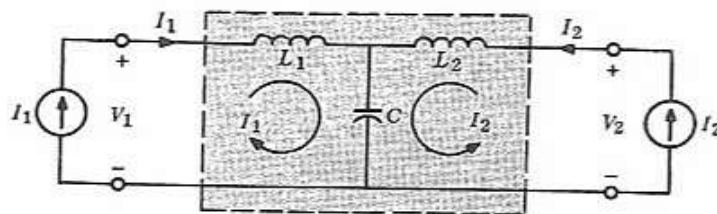
$$V_1(s) = z_{11}(s) I_1(s) + z_{12}(s) I_2(s)$$

$$V_2(s) = z_{21}(s) I_1(s) + z_{22}(s) I_2(s)$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{I} \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{Z}$  ماتریس امپدانس مدار-باز دوقطبی

$z_{ij}$  پارامترهای امپدانس مدار-باز



مثال

$$\begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 s + \frac{1}{Cs} & \frac{1}{Cs} \\ \frac{1}{Cs} & L_2 s + \frac{1}{Cs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix}$$

$$z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

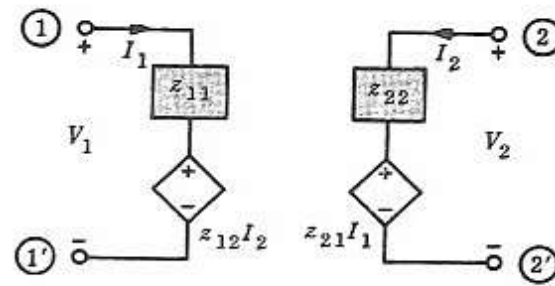
$$z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

$$z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \frac{2}{s+1} & \frac{1}{s+1} \\ \frac{1}{s+1} & \frac{6}{s+1} \end{bmatrix}$$

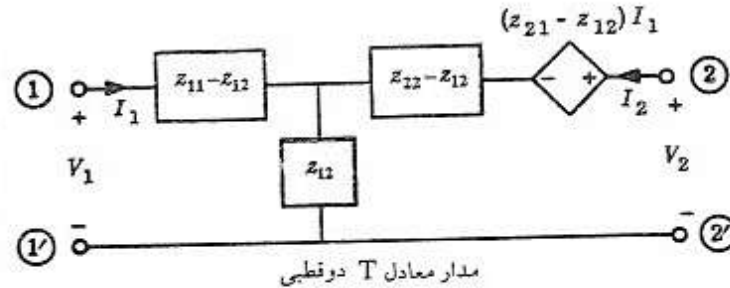
3-8  
98-2  
ر. بیات



$$V_1(s) = z_{11}(s) I_1(s) + z_{12}(s) I_2(s)$$

$$V_2(s) = z_{21}(s) I_1(s) + z_{22}(s) I_2(s)$$

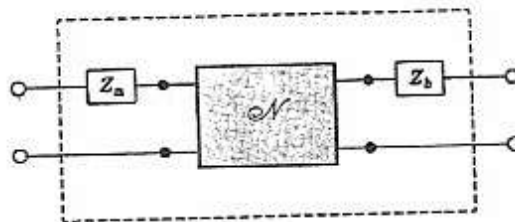
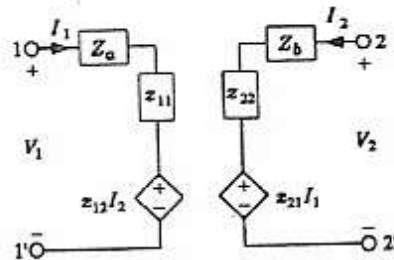
تنها یک منبع وابسته به کار می‌برد  
کلیت مدار معادل قبلی را ندارد، زیرا  
به طور ضمنی فرض می‌شود  
سرهای ① و ② دارای یک پتانسیل می‌باشند.



اگر  $z_{12} = z_{21}$  باشد، منبع وابسته حذف می‌شود و دوقطبی را متقابل گیرند.

قضیه هم پاسخی تضمین می‌کند چنانچه دوقطبی از مقاومتها، سلف‌ها، خازنها و ترانسفورماتورها ساخته شده باشد، متقابل خواهد بود.

گسترش دوقطبی اگر دوقطبی را با وصل کردن امپدانس‌های سری  $z_a$  و  $z_b$  بزرگ کنیم، با استفاده از مدار معادل روشن است که  $z_a$  فقط به  $z_{11}$  و  $z_b$  فقط به  $z_{22}$  اضافه شده و پارامترهای  $z_{12}$  و  $z_{21}$  تغییر نمی‌کنند

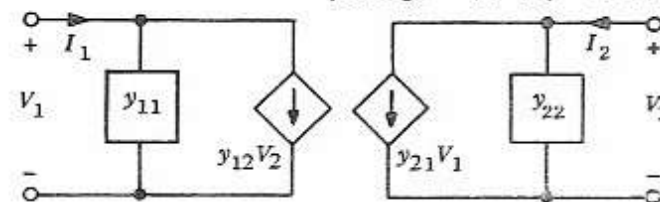
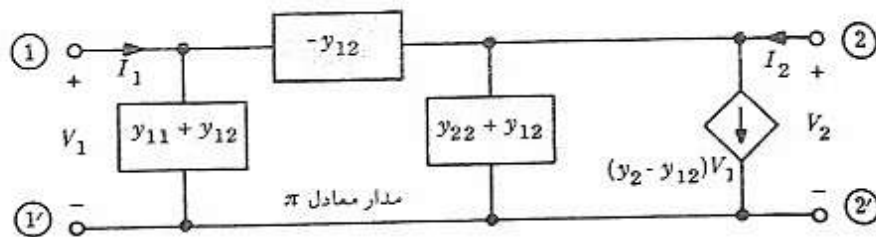


$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} + z_a & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} + z_b \end{bmatrix}$$

۲-۵ ماتریس ادمیتانس (مدار اتصال کوتاه)

دوقطبی به وسیله منابع ولتاژ تحریک می‌شود.  
ولتاژهای قطب  $V_1$  و  $V_2$  متغیرهای وابسته و  
جریانهای قطب  $I_1$  و  $I_2$  متغیرهای وابسته‌اند.

$$Y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} I_1(s) &= y_{11}(s) V_1(s) + y_{12}(s) V_2(s) \\ I_2(s) &= y_{21}(s) V_1(s) + y_{22}(s) V_2(s) \end{aligned}$$

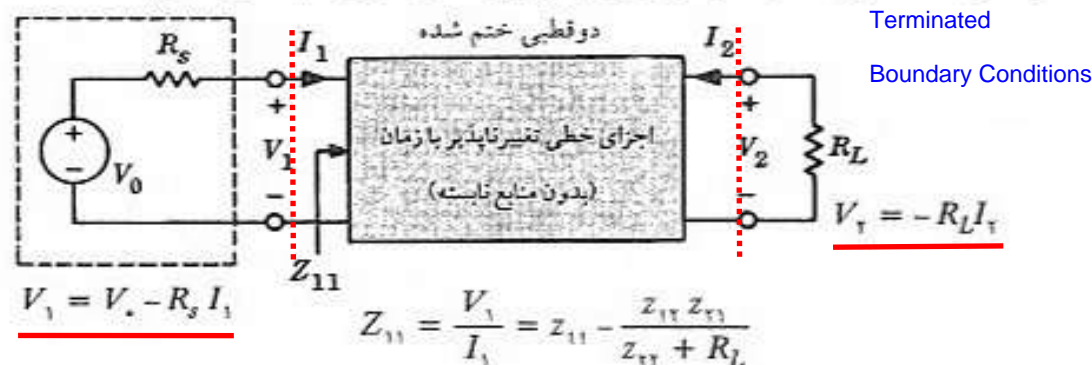




رابطه میان  $Z$  و  $Y$  و  $Y = Z^{-1}$  و  $Z = Y^{-1}$

4-8  
98-2  
ر. بیات

۳-۵ دوقطبی ختم شده در بسیاری از کاربردها دوقطبی به یک مولد و یک بار وصل می شود. امیدانس نقطه تحریک در قطب ورودی، یعنی رابطه میان جریان  $I_1$  و ولتاژ  $V_1$



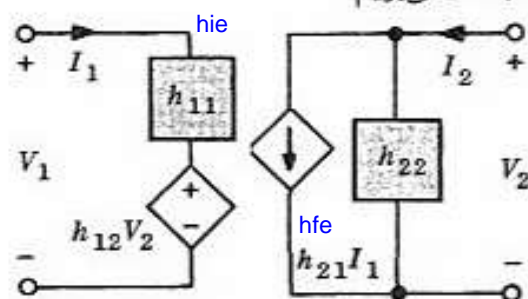
## ۶- ماتریس های دیگر دوقطبی

ماتریس امیدانس مدار - باز و ماتریس ادمیتانس مدار اتصال کوتاه، بردار جریان و بردار ولتاژ دوقطبی را به هم مربوط می کنند.

اغلب راحت تر است که یک جریان و یک ولتاژ را به عنوان متغیرهای ناپسته و بقیه پارامترها را به عنوان متغیرهای وابسته به کار برد. در این بخش ما چهار نوع از این توصیف ها را بیان خواهیم کرد.

## ۱-۶ ماتریس های های برید

هنگامی که ولتاژ یک قطب و جریان قطب دیگر به عنوان متغیرهای ناپسته انتخاب می شوند، ماتریس های های برید دوقطبی را توصیف می کنند. برای یک دوقطبی، دو نوع از این توصیف ها وجود دارد. برای توصیف اول،  $I_1$  و  $V_2$  را به عنوان متغیرهای ناپسته به کار می بریم.



$$V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2$$

$$I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$$

$$G = H^{-1}$$

5-8  
98-2  
ر. بیات

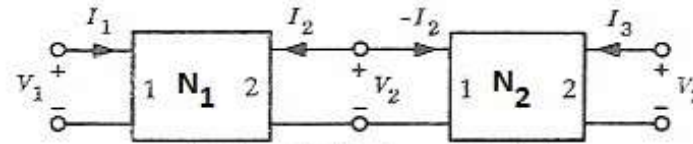
دو دسته پارامتر قراردادی دیگر پارامترهای انتقال خوانده می شوند. ماتریس انتقال،

ورودی  $V_1$  و  $I_1$  را به خروجی  $V_2$  و  $-I_2$  ارتباط می دهد. excellent model for communication sub-systems

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

$$T \triangleq \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad T' \triangleq \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1}$$

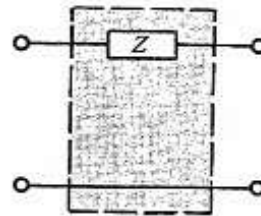
کاربرد ماتریس انتقال، در پشت سر هم وصل کردن دو قطبی ها است.



اتصال پشت سر هم یا آشناری یا متوالی

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{(1)} & B^{(1)} \\ C^{(1)} & D^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^{(2)} & B^{(2)} \\ C^{(2)} & D^{(2)} \end{bmatrix}$$

**تذکره** بعضی دو قطبی ها بعضی نمایش ها را ندارند.



$$y_{12} = y_{21} = -Z^{-1} \text{ و } y_{11} = y_{22} = Z^{-1}$$

$\det(Y) = 0$ ، عکس ماتریس  $Y$  وجود ندارد.

$$V_1 = nV_2 \quad \text{ترانسفورماتور}$$

$$I_1 = -\frac{1}{n} I_2$$

نه ماتریس امپدانس و نه نمایش ماتریس ادمیتانس

نمایش های برید

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & n \\ -n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

نشان دهید که اگر دو قطبی متقابل باشد (یعنی  $z_{12} = z_{21}$ )، در این صورت  $h_{11} = -h_{22}$  و  $AD - BC = 1$  است.

اگر قطب ۲ یک دو قطبی با امپدانس  $Z_L$  بار شود، نشان دهید که امپدانس نقطه تحریک در قطب ۱

$$Z_1 = \frac{AZ_L + B}{CZ_L + D}$$

## ۷- به هم پیوستن دوقطبی‌ها

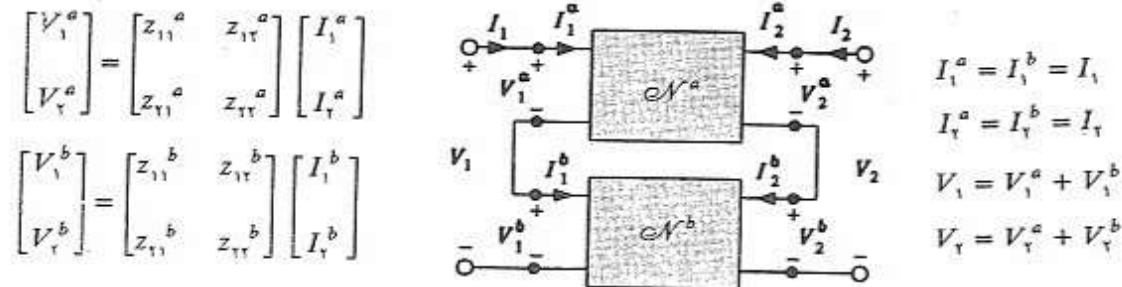
همان‌طوری که مدارهای یک‌قطبی را به صورت سری یا موازی وصل می‌کردیم، مدارهای دوقطبی را نیز می‌توان به صورت سری یا موازی یا نوع دیگری به هم وصل کرد. پنج روش متفاوت به هم پیوستن دوقطبی‌ها

6-8  
98-2  
ر. بیات

- |                                     |                  |
|-------------------------------------|------------------|
| ۱- به هم پیوستن سری                 | یا سری - سری     |
| ۲- به هم پیوستن موازی               | یا موازی - موازی |
| ۳- به هم پیوستن سری - موازی         |                  |
| ۴- به هم پیوستن موازی - سری         |                  |
| ۵- به هم پیوستن متوالی یا پشت سر هم |                  |
- پارامترهای  $Z$  با هم جمع می‌شوند  
پارامترهای  $Y$  با هم جمع می‌شوند  
پارامترهای  $h$  با هم جمع می‌شوند  
پارامترهای  $g$  با هم جمع می‌شوند  
پارامترهای انتقال در هم ضرب می‌شوند

### ۱-۷- به هم پیوستن سری دوقطبی‌ها

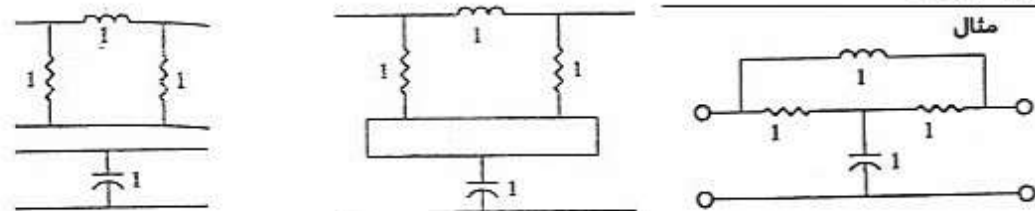
قطبهای ورودی و قطبهای خروجی آنها به‌طور سری به هم وصل شده باشند.



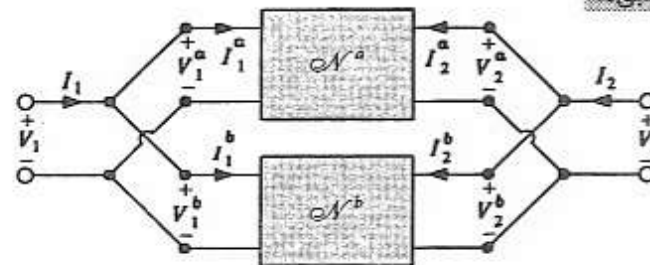
اتصال سری محدودیت‌های زیر را ایجاد می‌کند:

$$\begin{bmatrix} I_1^a \\ I_r^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1^b \\ I_r^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1^a \\ V_r^a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1^b \\ V_r^b \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11}^a + z_{11}^b & z_{12}^a + z_{12}^b \\ z_{21}^a + z_{21}^b & z_{22}^a + z_{22}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \end{bmatrix}$$

$$Z = Z^a + Z^b$$



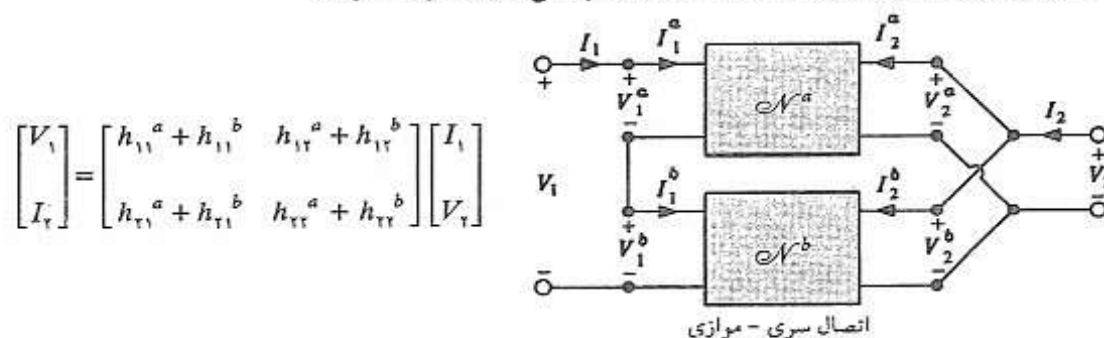
### ۲-۷- به هم پیوستن موازی دوقطبی‌ها



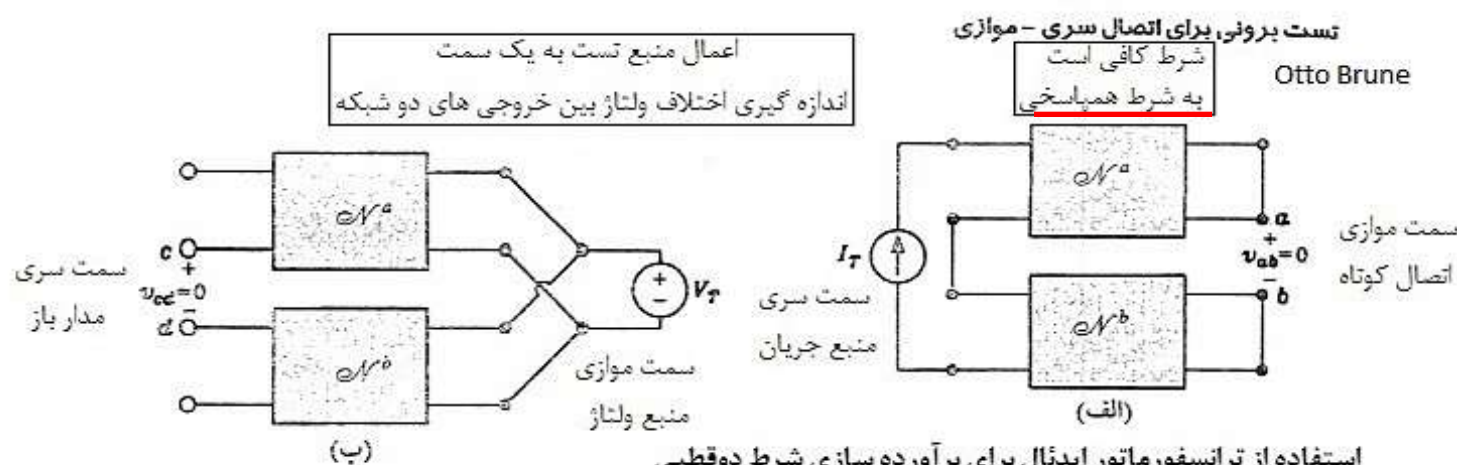
$$Y = Y^a + Y^b$$

7-8  
98-2  
ر. بیات

قطبهای ورودی آنها به صورت سری و قطبهای خروجی آنها به صورت موازی



تبصره یکی از شرایط مهم در نظر گرفتن یک مدار به صورت دوقطبی آن است که جریان ورودی در قطبهای ۱ و ۲ آن مساوی جریان خروجی در همین قطبها باشد. ممکن است به هم پیوستن دوقطبی ها وضعیتی را ایجاد کند که این شرط نقض شود. در این صورت، پارامترهای دوقطبی ترکیبی را نمی توان از جمع کردن پارامترهای دوقطبی های اولیه به دست آورد.



استفاده از ترانسفورماتور ایدئال برای برآورده سازی شرط دوقطبی

ترانسفورماتور ایزوله یا ۱-۱

